Úkol č. 14 – úloha řešená pomocí množin bodů v GeoGebře

V následující úloze si připomeneme látku nižšího gymnázia – konstrukční úlohy řešené pomocí množin bodů. Pro hledaný bod podle podmínek úlohy stanovíme postupně dvě množiny bodů, na kterých bod leží. Následně tento bod najdeme v průniku těchto množin. Úlohu vám posílám i s jejím řešením (je to vlastně rozbor úlohy), abyste nemuseli moc dlouho pátrat v paměti. Postup konstrukce z rozboru úlohy již snadno odvodíte. Následně celou konstrukci proveďte opět v GeoGebře a pošlete mi ji. (Postup konstrukce posílat nemusíte.)

Přímku p volte obecně dvěma libovolnými body, které neleží na daných kružnicích. Umožní vám to po vyřešení úlohy a dodržení správného postupu konstrukce pohybovat přímkou tak, že se postupně ze sečny změní na tečnu a dále na vnější přímku kružnic a budete moci sledovat, kolik má úloha při různých polohách přímky p řešení. Čtyři řešení, dvě řešení a žádné jdou sledovat dobře, přímo jedno a tři jde v konstrukci sledovat špatně, takové rozlišení geogebra nemá, změna vzdálenosti je skokovitá a dvě kružničky se přibližují až téměř splynou, ale dříve než splynou (jak to má správně být), stačí zmizet. To si ostatně vyzkoušíte při pohybování přímkou sami.

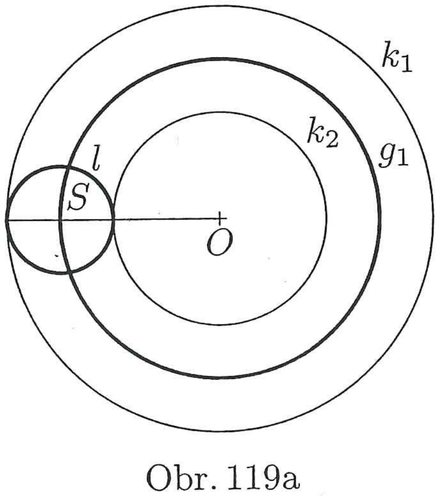
Tak ať se vám práce daří a zde je slibovaná úloha:

Příklad

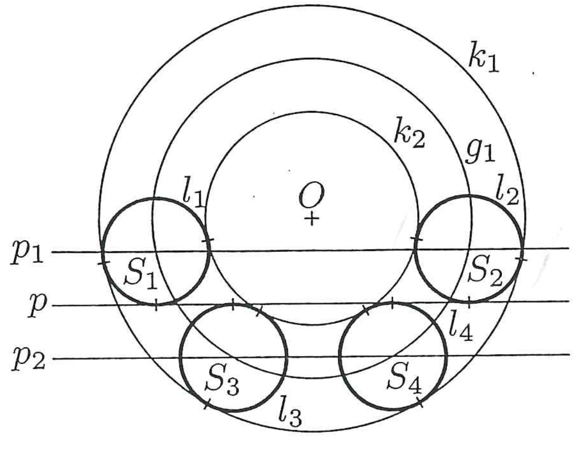
Jsou dány dvě soustředné kružnice $k_1(O; 4\,\text{cm})$, $k_2(O; 2\,\text{cm})$ a přímka p, která je sečnou obou kružnic. Sestrojte všechny kružnice, které se dotýkají přímky p i obou kružnic, přitom kružnice k_1 uvnitř a kružnice k_2 vně.

Řešení

Středy všech kružnic, které se kružnice k_1 dotýkají uvnitř a kružnice k_2 vně, leží na kružnici $g_1(O; 3\,\text{cm})$ (obr. 119a). Jejich poloměr je 1 cm. Mají-li se současně dotýkat přímky p, leží jejich střed také na rovnoběžkách p_1, p_2 s přímkou p ve vzdálenosti 1 cm. Pro neznámé středy S tedy platí $S \in g_1 \cap (p_1 \cup p_2)$.



Obr. 119a



Obr. 119b